

Tarnowski Turniej Matematyczny

Etap finałowy 5 lutego 2016

Zadanie 1. Przez punkt $P = (a, b)$ o dodatnich współrzędnych a, b poprowadzić prostą, która wraz z półosiami dodatnimi układu współrzędnych tworzy trójkąt o najmniejszym polu.

Zadanie 2. Wykazać, że jeżeli liczba wszystkich dzielników liczby naturalnej $n > 1$ jest liczbą nieparzystą, to istnieje liczba pierwsza p taka, że p^2 dzieli n .

Zadanie 3. Dany jest czworościan foremny $ABCD$. Jak położona jest płaszczyzna o tej własności, że rzut prostokątny czworościanu na tę płaszczyznę ma największe pole.?

Zadanie 4. Wykazać, że wyrażenie

$$x^2 + 2(\sin \alpha + \cos \alpha)xy + \left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)y^2$$

ma wartość nieujemną dla każdej pary liczb rzeczywistych x, y i dla każdej liczby α z przedziału $(0, \frac{\pi}{2})$.

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Czas trwania zawodów: 150 minut (2,5 godziny).
2. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
3. W przypadku np. konieczności otrzymania dodatkowego papieru należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
4. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
5. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych (te powinny być bezwzględnie wyłączone) i innych urządzeń elektronicznych.
6. Nie należy używać w pracy koloru czerwonego.



Tarnowski Turniej Matematyczny
2015/2016
przebiega pod patronatem:
Marszałka Województwa Małopolskiego
Prezydenta Miasta Tarnowa
Rektora Państwowej Wyższej Szkoły
Zawodowej w Tarnowie

