

# Tarnowski Turniej Matematyczny

etap szkolny w roku 2016/17

dnia 1 grudnia 2016 r.

**Zadanie 1.** Udowodnić, że dla dowolnych liczb naturalnych  $m, n$  iloczyn  $mn(m-n)$  jest liczbą parzystą.

**Zadanie 2.**

Wszystkie wierzchołki kwadratu  $ABCD$  leżą na bokach trójkąta równobocznego  $KLM$ . Wykazać, że stosunek pola kwadratu  $ABCD$  do pola trójkąta  $KLM$  jest mniejszy niż  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Zadanie 3.**

Zbiór kolejnych liczb naturalnych od 1 do 9 podzielono na trzy trójelementowe podzbiory  $A, B, C$ . Iloczyny liczb w tych zbiorach oznaczamy symbolami:  $a, b, c$ , odpowiednio. Wykazać, że co najmniej jedna z liczb  $a, b, c$  jest większa lub równa 72.

**Zadanie 4.**

Wielokąt wypukły  $W$  ma środek symetrii. Pokazać, że istnieje rodzina równoległoboków  $R_1, R_2, \dots, R_k$  o rozłącznych wnętrzach taka, że:

( $\alpha$ ) każdy punkt wielokąta  $W$  należy do co najmniej jednego z równoległoboków tej rodziny;

( $\beta$ ) każdy z równoległoboków  $R_i$  jest zawarty w wielokącie  $W$ .

## Informacje dla uczestnika zawodów

1. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
2. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
3. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
4. W przypadku konieczności otrzymania dodatkowego papieru, wyjścia z sali itp., należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
5. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
6. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych i innych urządzeń elektronicznych.

Tarnowski Turniej Matematyczny w roku 2016/17  
odbywa się pod patronatem

Rektora Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Tarnowie,  
Prezydenta Miasta Tarnowa i Marszałka Województwa Małopolskiego  
oraz Małopolskiego Kuratora Oświaty