

Zadanie 1. Rozpatrujemy zbiór liczb czterocyfrowych postaci:

$$N = 10^3 a_3 + 10^2 a_2 + 10 a_1 + a_0$$

o następujących własnościach:

- N jest kwadratem liczby naturalnej;
- dwucyfrowa liczba $N_1 = 10a_3 + a_2$ jest kwadratem liczby naturalnej;
- dwucyfrowa liczba $N_0 = 10a_1 + a_0$ jest kwadratem liczby naturalnej.

Wykazać, że jest tylko jedna taka liczba.

Zadanie 2. Dane są trzy liczby rzeczywiste p, q, r . Wykazać, że

$$p^2 q^2 + q^2 r^2 + r^2 p^2 \geq pqr(p + q + r).$$

Zadanie 3. Punkty A_1, B_1, C_1 są punktami styczności koła wpisanego w trójkąt ABC z jego bokami. Wykazać, że trójkąt $A_1 B_1 C_1$ jest ostrokątny.

Zadanie 4. W trójkącie prostokątnym ABC wysokość CD ma długość m i dzieli przeciwprostokątną AB na dwa odcinki takie, że stosunek ich długości wynosi m . Pole trójkąta ABC jest równe 20. Oblicz m .

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Czas trwania zawodów: 150 minut (2,5 godziny).
2. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
3. W przypadku np. konieczności otrzymania dodatkowego papieru należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
4. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
5. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych (te powinny być bezwzględnie wyłączone) i innych urządzeń elektronicznych.
6. Nie należy używać w pracy koloru czerwonego.