

Tarnowski Turniej Matematyczny

etap szkolny w roku 2017/18

dnia 8 grudnia 2017 r.

Zadanie 1. Wykazać, że dla każdego trójkąta istnieje prostokąt o takim samym polu i mniejszym obwodzie.

Zadanie 2.

Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Na półprostej CA wybrano punkty A_1 i A_2 zaś na półprostej CB wybrano punkty B_1 i B_2 w ten sposób, że długości odcinków A_1B_1 , A_2B_2 i AB są równe. Na zewnątrz kąta ACB wybrano punkty C_1 i C_2 w ten sposób, że trójkąty $A_1B_1C_1$ i $A_2B_2C_2$ są równoboczne. Wykazać, że punkty C , C_1 i C_2 leżą na jednej prostej.

Zadanie 3.

Dany jest ciąg liczb rzeczywistych dodatnich $(x_n)_1^\infty$ taki, że dla każdego $n \geq 1$ zachodzi nierówność:

$$x_{n+1}^2 > x_n \cdot x_{n+2}.$$

Wykazać, że jeżeli $1 \leq t < p < q$, to

$$\frac{x_p}{x_q} > \frac{x_{p-t}}{x_{q-t}}.$$

Zadanie 4.

Znaleźć rozwiązanie równania

$$x^2 + y^2 = 7z^2$$

w liczbach całkowitych.

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane.
2. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
3. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
4. W przypadku konieczności otrzymania dodatkowego papieru, wyjścia z sali itp., należy podnieść rękę i siedząc na miejscu zaczekać na podejście dyżurującego.
5. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
6. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych i innych urządzeń elektronicznych.

Tarnowski Turniej Matematyczny w roku 2017/18

odbywa się pod patronatem

Rektora Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Tarnowie,
Prezydenta Miasta Tarnowa i Marszałka Województwa Małopolskiego
oraz Małopolskiego Kuratora Oświaty