

Tarnowski Turniej Matematyczny

Etap szkolny grudzień 2018

Zadanie 1.

Do dwóch okręgów stycznych zewnętrznie w punkcie A poprowadzono wspólną styczną zewnętrzną BC , gdzie B i C są punktami styczności. Wykazać, że kąt BAC jest kątem prostym.

Zadanie 2.

Rozwiązać równanie $[x^3] + [x^2] + [x] = \{x\} - 1$, w którym $[a]$ oznacza cechę liczby a , natomiast $\{a\} = a - [a]$.

Zadanie 3.

Dane są liczby rzeczywiste dodatnie: a, b, c, d, e takie, że $a + b + c + d + e = 8$ oraz $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 16$. Wykazać, że $a \leq \frac{16}{5}$.

Zadanie 4.

Niech $f(x) = \frac{2}{4^x + 2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyliczyć:

$$f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right).$$

Informacje dla uczestnika zawodów

1. Czas trwania zawodów: 120 minut (2 godziny).
2. Na jednym arkuszu nie należy pisać rozwiązań różnych zadań. Każdy arkusz należy podpisać (drukowanymi literami) imieniem, nazwiskiem oraz nazwą szkoły.
3. W przypadku np. konieczności otrzymania dodatkowego papieru należy podnieść rękę i siedząc na miejscu czekać na podejście dyżurującego.
4. W przypadku stwierdzenia niesamodzielności pracy w czasie zawodów lub w trakcie jej oceny, Jury unieważni pracę.
5. W czasie zawodów nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych (te powinny być bezwzględnie wyłączone) i innych urządzeń elektronicznych.